CONTROL FUNCIONES **Marzo 2004**

1.- Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ 6 - 2x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

¿Cuál es su dominio? (2 puntos)

2.- A partir de la gráfica de la función $y = \dfrac{2}{x}$ dibuja razonadamente las gráficas de las funciones: (2 puntos)

a) $y = -\dfrac{2}{x}$ b) $y = 1 - \dfrac{2}{x}$ c) $y = \dfrac{2}{x+3}$ d) $y = \dfrac{x+4}{x+2}$

3.- Representa gráficamente (sin hacer tabla de valores) la función $f(x) = \left| -x^2 + x + 2 \right|$

(1,5 puntos)

4.- Halla los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^4 - x^2 - 12}$

b) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

c) $h(x) = \operatorname{tg} x$ (2,25 puntos)

5.- Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \dfrac{x}{x+2}$, halla las funciones:

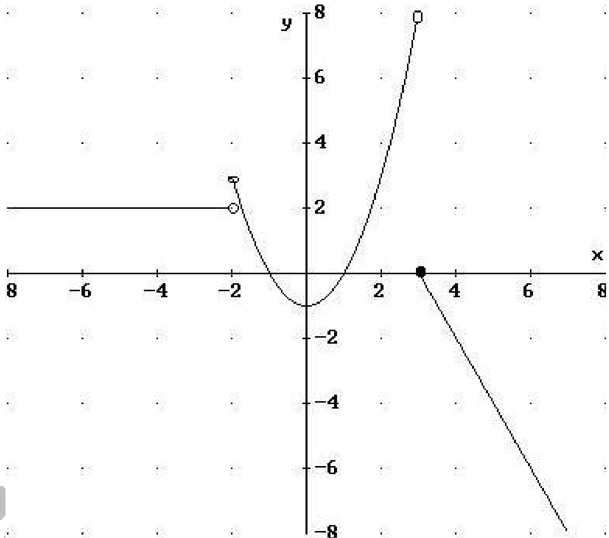
a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) g^{-1} (2,25 puntos)

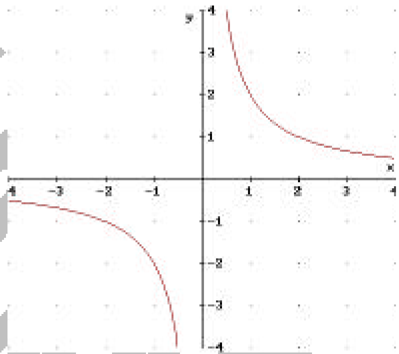
SOLUCIONES

1.- $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ 6 - 2x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

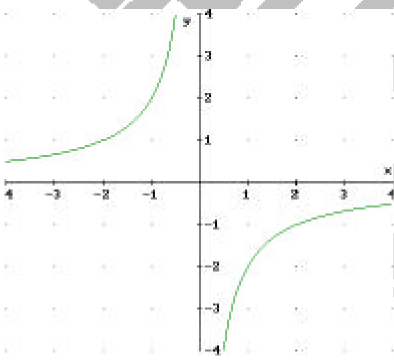


recta horizontal hasta –2
parábola con vértice en (0,-1), mirando hacia arriba y corta al eje OX en –1 y 1, entre –2 y 3
semirrecta, a partir de 3
Dominio: $Dom(f) = \Re - \{-2\}$

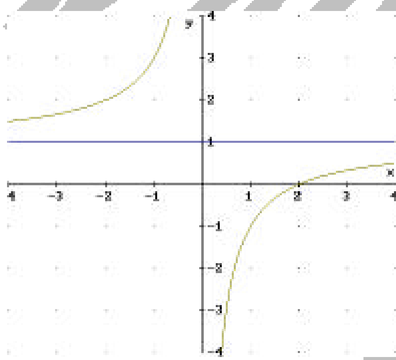
2.- $y = \dfrac{2}{x}$ es una hipérbola con asíntota vertical el eje OY y asíntota horizontal el eje OX:



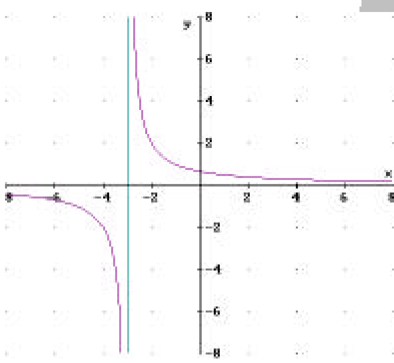
a) La función $y = -\dfrac{2}{x}$ es simétrica de la anterior, respecto del eje OX, o sea:



b) La función $y = 1 - \dfrac{2}{x}$ es la anterior (a), desplazada una unidad hacia arriba, es decir, con la asíntota horizontal y=1

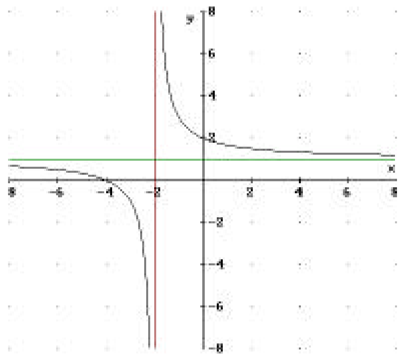


c) La función $y = \dfrac{2}{x+3}$ es la primera que hemos dibujado ($y = \dfrac{2}{x}$), pero desplazada tres unidades a la izquierda, es decir, con la asíntota vertical en $x = -3$



d) La función $y=\dfrac{x+4}{x+2}$ es otra hipérbola. Empezamos, haciendo la división y tenemos que

$$x+4=(x+2)\cdot 1+2 \Rightarrow y=\frac{x+4}{x+2}=\frac{(x+2)\cdot 1+2}{x+2}=1+\frac{2}{x+2}$$

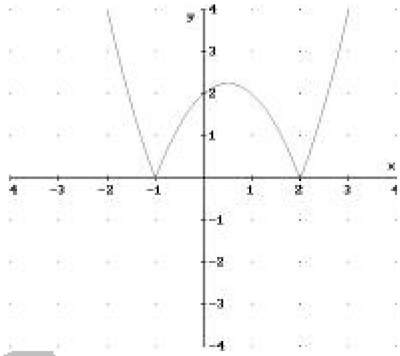


es decir, esta hipérbola es igual que la $y=\dfrac{2}{x}$, pero desplazada una unidad hacia arriba y dos unidades a la izquierda, o sea que sus asíntotas son $y=1 \quad x=-2$

3.- $f(x)=\left|-x^2+x+2\right|$ hacemos primero la gráfica de la parábola $y=-x^2+x+2$

mira hacia abajo, vértice en (0’5,2’25), corta a los ejes en (0,2) y (-1,0) y (2,0).

Una vez dibujada la parábola, su parte negativa la “subimos” sobre el eje OX.

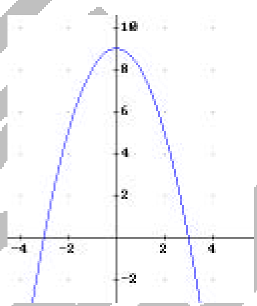


4.- a) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4-x^2-12}$ función racional $x^4-x^2-12=0 \Rightarrow z^2-z-12=0$

$$z=\left\langle \begin{matrix}4\\-3\end{matrix}\right. \Rightarrow x=\pm\sqrt{z}=\left\langle \begin{matrix}\pm\sqrt{4}=\pm 2\\ \pm\sqrt{-3}\end{matrix}\right. \quad \text{luego } Dom(f)=\Re-\{-2,2\}$$

b) $g(x)=\sqrt{9-x^2}$ solución de la inecuación $9-x^2\geq 0$

$Dom(g)=[-3,3]$



c) $h(x)=tg\,x \qquad Dom(h)=\Re-\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right\}$

5.- $f(x)=x^2-1$ y $g(x)=\dfrac{x}{x+2}$

a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left(\dfrac{x}{x+2}\right)=\left(\dfrac{x}{x+2}\right)^2-1=\dfrac{x^2}{x^2+4x+4}-1=\dfrac{-4x-4}{x^2+4x+4}$

b) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left(x^2-1\right)=\dfrac{x^2-1}{x^2-1+2}=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

c) $y=\dfrac{x}{x+2} \Rightarrow x=\dfrac{y}{y+2} \Rightarrow x(y+2)=y \Rightarrow xy+2x=y \Rightarrow xy-y=-2x$

$y(x-1)=-2x \Rightarrow y=\dfrac{-2x}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(x)=\dfrac{2x}{1-x}$